

# КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЕЙ ТЕМПЕРАТУР ОСНОВНОГО РЕФЛЕКТОРА РАДИОТЕЛЕСКОПА РТ-70

А.И. Боровков<sup>1</sup>, Д.В. Шевченко<sup>1</sup>, В.Г. Гиммельман<sup>2</sup>,  
Ю.И. Мачуев<sup>2</sup> и А.В. Гаев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,  
Санкт-Петербург, Россия ([Borovkov@CompMech.stu.neva.ru](mailto:Borovkov@CompMech.stu.neva.ru))

<sup>2</sup> Конструкторское бюро специального машиностроения,  
Санкт-Петербург, Россия

## Аннотация

В работе выполнено конечно-элементное моделирование и исследование полей температур основного рефлектора радиотелескопа РТ-70, возникающих в результате нагрева Солнцем.

В работе проанализирован опыт создания уникальных конструкций, используемый в мире и классифицированы проблемы механики полноповоротного радиотелескопа РТ-70. В качестве первоочередной проблемы для изучения выбрано конечно-элементное исследование теплового состояния полноповоротного радиотелескопа РТ-70.

Разработана математическая и пространственная конечно-элементная модель, предназначенная для исследования полей температур основного рефлектора радиотелескопа РТ-70, которая с высокой степенью адекватности позволит определять температуры в различных точках основного рефлектора радиотелескопа РТ-70 в различных климатических условиях и в различное время суток.

*Ключевые слова:* радиотелескоп РТ-70, математическая модель, тепловое состояние, пространственная конечно-элементная модель, программа ANSYS

## 1. Введение

Актуальной задачей проектирования и создания уникальных антенн, одной из которых является радиотелескоп РТ-70, является детальный анализ полей температур, деформаций и напряжений, возникающих в процессе работы РТ-70. Решение подобных задач, с учетом всех особенностей конструкции, может быть проведено только с помощью конечно-элементного (КЭ) моделирования.

На протяжении долгого времени исследование поведения трехмерных конструкций проводилось с помощью экспериментальных методов. Этот способ позволяет оценивать поведение конструкции при воздействии на нее различных внешних факторов. Однако он является очень дорогостоящим, требует больших временных затрат, а иногда не может быть применим.

В настоящее время в процессе разработки конкурентоспособной высокотехнологичной продукции ведущие фирмы мира применяют полномасштабное КЭ моделирование, пытаясь заменить

дорогостоящий натурный эксперимент более дешевым вычислительным экспериментом. КЭ моделирование позволяет оценить поведение пространственных конструкций под воздействием различных внешних факторов. Современный уровень компьютерной техники позволяет решать сложные пространственные задачи термомеханики с учетом контактных взаимодействий, физических (свойства материала зависят от температуры, теплообмен излучением, учет пластических свойств и др.) и геометрических (большие перемещения, деформации и повороты) нелинейностей в течение нескольких часов. Необходимо отметить, что в реальных экспериментах информацию можно получать, как правило, в десятках или сотнях точек, а при численном моделировании таких точек может быть несколько сотен тысяч или более.

Среди примеров эффективного использования КЭ моделирования в процессе проектировании антенных устройств отметим создание телескопа в Пекинской Астрономической Обсерватории (диа-

метр – 50 м) [1]. Перед реализацией данного проекта в Китае было проведено полномасштабное КЭ моделирование будущего телескопа с помощью программной системы конечно-элементного анализа ANSYS [2]. В ходе КЭ моделирования были определены деформированное состояние и зоны концентрации напряжений в элементах конструкции, определены собственные частоты и формы свободных колебаний.

## 2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

### 2.1. Способы переноса теплоты

Основные процессы распространения теплоты – теплопроводность, конвекция и тепловое излучение – очень часто происходят совместно. Теплопроводность в чистом виде, как правило, имеет место лишь в твердых телах. Конвекция всегда сопровождается теплопроводностью; совместный процесс переноса теплоты конвекцией и теплопроводностью называется конвективным теплообменом. Сложный теплообмен – процессы теплопроводности и конвекции сопровождаются теплообменом излучением; различают радиационно-кондуктивный и радиационно-конвективный переносы теплоты.

### 2.2. Дифференциальное уравнение теплопроводности в гетерогенной анизотропной среде

Рассмотрим температурное поле  $T(\mathbf{r}, t)$  в гетерогенном анизотропном теле, занимающем область  $V$  в ортогональной декартовой системе координат  $0x_1x_2x_3$ ;  $\mathbf{r} = x_1\mathbf{e}_1 + x_2\mathbf{e}_2 + x_3\mathbf{e}_3$  – вектор-радиус рассматриваемой точки,  $t$  – время. Дифференциальное уравнение теплопроводности, устанавливающее связь между пространственным и временным изменениями температуры в гетерогенном анизотропном теле, имеет вид [3]:

$$\nabla \cdot (\mathbf{K}(\mathbf{r}) \cdot \nabla T) + \mathbf{q}_v(\mathbf{r}, t) = \rho c \dot{T}$$

где  $\nabla = \mathbf{e}_k \frac{\partial}{\partial x_k}$  – набла-оператор Гамильтона;

$\mathbf{K}(\mathbf{r})$  – тензор коэффициентов теплопроводности, симметричный тензор второго ранга,  $\mathbf{K} = \mathbf{K}^T$ ;  $\mathbf{q}_v(\mathbf{r}, t)$  – мощность внутренних источников теплоты;  $\rho(\mathbf{r})$ ;  $c(\mathbf{r})$  – плотность и удельная теплоемкость материала тела; символ "  $\dot{\phantom{x}}$  " обозначает дифференцирование по времени –  $\dot{T} = \frac{\partial T}{\partial t}$ ; символ "  $\cdot$  " обозначает операцию свертки.

### 2.3. Начальные и краевые условия

Для нестационарных процессов теплопроводности необходимо задать начальное распределение температуры в теле

$$T(\mathbf{r}, t)|_{t=0} = T(\mathbf{r}, 0) = T_0(\mathbf{r})$$

которое для тел конечных размеров оказывает влияние лишь на начальном этапе нестационарной теплопроводности.

Рассмотрим граничные условия на боковой поверхности тела  $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$ :

$T(\mathbf{r}, t)|_{S_1} = T_s(\mathbf{r}, t)$  – граничные условия первого рода (условия Дирихле) – на поверхности  $S_1$  заданы значения температуры;

$\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}|_{S_2} = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{K}(\mathbf{r}) \cdot \nabla T|_{S_2} = q_s(\mathbf{r}, t)$  – граничные условия II рода (условия Неймана);  $q_s(\mathbf{r}, t)$  – плотность теплового потока на поверхности  $S_2$ ;  $\mathbf{n}$  – единичный вектор внешней нормали к поверхности;

$\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}|_{S_3} = -\mathbf{n} \cdot \mathbf{K}(\mathbf{r}) \cdot \nabla T|_{S_3} = \alpha_s(\mathbf{r}, t)(T|_{S_3} - T_\infty(\mathbf{r}, t))$  – граничные условия III рода (условия Коши или Ньютона – Рихмана);  $T_\infty$  – температура окружающей среды;  $\alpha_s$  – коэффициент теплообмена (теплоотдачи) на поверхности  $S_3$ .

## 3. Конечно-элементное исследование теплового состояния полноповоротного радиотелескопа РТ-70

Создание радиотелескопа РТ-70 (диаметр основного рефлектора равен 70 м), с миллиметровым рабочим диапазоном, требует детального исследования напряженно-деформированного состояния, включая поля температур и термодформаций, возникающие при различных внешних воздействиях. Это связано с необходимостью создания системы высокоточного наведения, учитывая особенности деформированного состояния, возникающего под действием силы тяжести, солнечного излучения, силы ветра и т.д. Для того, чтобы добиться поставленной задачи необходимо разработать серию математических моделей, позволяющих проводить КЭ исследования полноповоротной антенны РТ-70 под действием различных внешних воздействий. Среди этих КЭ исследований, в первую очередь, отметим исследование:

1. Пространственного напряженно-деформированного состояния под действием сил тяжести;
2. Пространственного стационарного и нестационарного теплового состояния;

3. Термодеформаций и пространственного термонапряженного состояния;
4. Собственных частот и форм свободных колебаний;
5. Пространственного напряженного состояния под действием ветровой нагрузки;
6. Пространственного напряженного состояния под действием всех нагрузок;
7. Пространственного динамического поведения под действием сейсмического воздействия.

Работа посвящена КЭ исследованию распределения температур в радиотелескопе РТ-70. На сегодняшний день проектирование и создание таких уникальных конструкций, как РТ-70, не может проводиться без предварительного анализа распределения температур и температурных деформаций, возникающих под действием различных климатических условий, в разные времена года, времена суток и т.д. Исследование подобных задач, с учетом всех особенностей конструкции, может быть проведено только с помощью прямого КЭ моделирования.

В работе впервые в отечественной инженерной практике на основе разработанной полностью трехмерной (3D) КЭ модели выполнены исследования теплового состояния элементов конструкции радиотелескопа РТ-70. Прямое КЭ моделирование позволило изучить особенности температурных полей, возникающих в основном рефлекторе и ферменном каркасе радиотелескопа РТ-70.

Для проведения КЭ анализа разработана 3D КЭ модель полноповоротной антенны РТ-70, которая учитывает три основных конструктивных элемента реальной конструкции: основной рефлектор, состоящий из фацет (тонкостенных оболочек); ферменный каркас радиотелескопа и контррефлектор. Ферменный каркас моделируется с помощью стержневых элементов (2-х узловых элементов LINK33 [3] с одной степенью свободы – температурой – в каждом узле). Для моделирования основного рефлектора применены 4-х узловых оболочечных конечных элементы типа SHELL57 [3] с одной степенью свободы – температурой – в каждом узле. Контррефлектор так же моделируется с помощью 4-х узловых оболочечных SHELL57 и 8-и узловых трехмерных твердотельных SOLID70 [3] конечных элементов с одной свободой – температурой – в каждом узле.

С целью детального описания и изучения методом прямого КЭ моделирования пространственного распределения температур, возникающего в радиотелескопе РТ-70, разработана иерархическая последовательность моделей:

I. Пространственная модель I уровня – поверхность основного рефлектора состоит из связанных

между собой поверхностей, число которых равно числу фацет в реальной конструкции (1188 фацет), ферменный каркас моделируется с помощью теплопроводящих стержневых элементов (рис.1, 2). Стержневая модель учитывает все трубы ферменного каркаса (~ 13 000), но не учитывается теплообмен стержней с окружающей средой;

II. Пространственная модель II уровня – учитывается, что в реальной конструкции фацеты не соединены друг с другом, т.е. эта модель позволяет учитывать теплообмен с окружающей средой через боковую границу фацеты;

III. Пространственная модель III уровня (модель, обладающая наибольшей степенью адекватности реальному объекту из перечисленных выше) – ферменный каркас моделируется с помощью оболочечных элементов, т.е. модель позволяет учитывать теплообмен с окружающей средой через боковую поверхность стержневых элементов конструкции;

IV. Пространственная модель IV уровня – модель используется для получения более точных результатов в некоторой части пространственных моделей II или III уровня, для этого используется Submodeling–метод. Submodeling–метод позволяет получить более точные результаты в некоторой части модели (макромодели), для этого проводится построение интересующей части модели (субмодели) с КЭ сеткой, достаточной для получения точного решения. В качестве граничных условий на поверхностях ограничивающих субмодель используются температуры в узлах, полученные в результате решения макрозадачи.

В работе представлены результаты КЭ моделирования и исследования, полученные с помощью моделей I и II уровня. Теплофизические свойства используемых материалов: фацета, контррефлектор – алюминий:  $k_1 = 237 \text{ Вт/(м·К)}$  – коэффициент теплопроводности; ферменный каркас – сталь:  $k_2 = 43 \text{ Вт/(м·К)}$ . Параметры пространственной КЭ модели I и II уровня: число КЭ –  $NE_S = 378$  трехмерных твердотельных элементов;  $NE_{SH} = 1\ 360$  оболочечных элементов;  $NE_B = 38\ 322$  стержневых элементов.

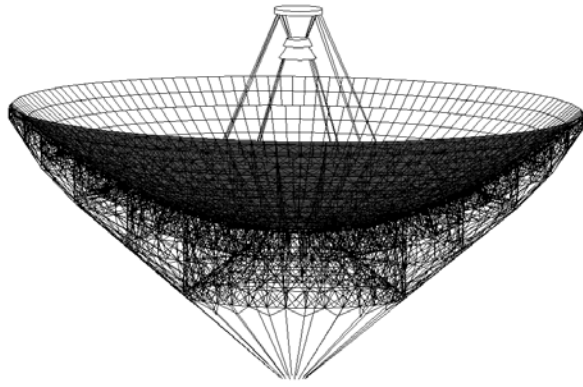


Рис.1. Пространственная КЭ модель радиотелескопа РТ-70

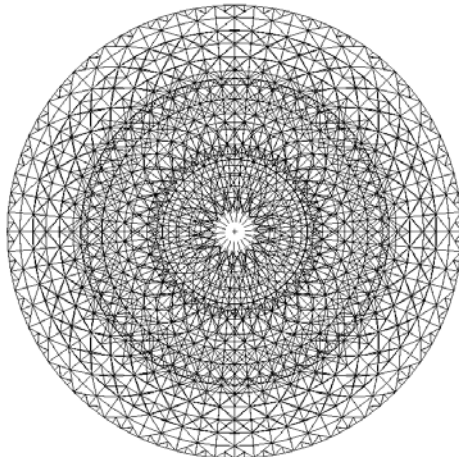


Рис.2. Ферменный каркас

На рис. 3 представлена схема теплообмена основного рефлектора с окружающей средой:  $q_c$  – плотность теплового потока, приходящего от Солнца;  $q_k$  – плотность потока, возникающего в результате конвективного теплообмена основного рефлектора с окружающей средой;  $\alpha_k = 10.6$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) – коэффициент конвективного теплообмена;  $T_0 = 23$  °С – температура окружающей среды.

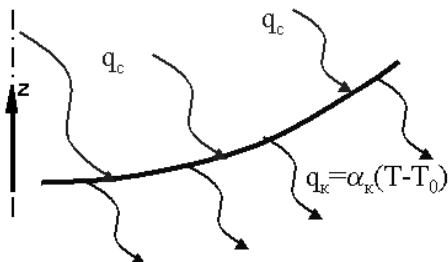


Рис.3. Схема теплообмена основного рефлектора с окружающей средой

На рис. 4 представлено стационарное поле температур, возникающее в радиотелескопе РТ-70 (модель I уровня). Отметим, что максимальные значения температуры возникают в контррефлекторе и центральной части зеркала,  $T^{max} = 41.3$  °С.

В табл.1 приведены результаты сравнения значений температур в контрольных точках, расположенных на внутренних сторонах фаяцет основ-

ного рефлектора РТ-70, полученных с помощью разработанных пространственных КЭ моделей I и II уровня и экспериментальным путем. В скобках приведено значение относительной погрешности

$$\varepsilon = \left| \frac{T_{\text{эксп}} - T_{\text{МКЭ}}}{T_{\text{эксп}}} \right| \cdot 100\%.$$

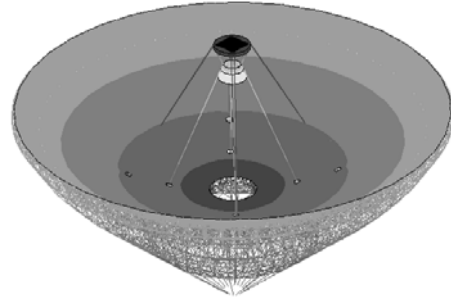


Рис.4. Стационарное поле температур

Из табл. 1 следует, что для модели I уровня погрешность вычислений превышает 25%, а применение пространственной КЭ модели II уровня позволило существенно уточнить результаты – относительная погрешность не превышает 7,6%.

Табл.1

№	$T_{\text{эксп}}$ , °С	$T_{\text{МКЭ}}$ , °С (ε%) (модель I уровня)	$T_{\text{МКЭ}}$ , °С (ε%) (модель II уровня)
1	30,1	39,5 (31,2%)	32,4 (7,6%)
2	30,6	40,1 (31,0%)	32,3 (5,5%)
3	31,0	40,5 (30,6%)	32,8 (5,8%)
4	31,9	40,9 (28,2%)	32,7 (2,5%)
5	32,8	41,2 (25,6%)	32,9 (0,3%)
6	31,9	41 (28,5%)	32,7 (2,5%)
7	31,7	40,8 (28,7%)	32,4 (2,2%)
8	32,8	41,3 (25,9%)	31,9 (2,7%)

## ЛИТЕРАТУРА

1. Proc. 10<sup>th</sup> Int. ANSYS'2002 Conf. "Simulation: Leading Design into the New Millennium". Pittsburgh, USA. 2002.
2. ANSYS theory reference. Eleventh edition. SAS IP, Inc. (2001)
3. Боровков А.И., Зубов А.В. Конечно-элементное решение стационарных и нестационарных нелинейных задач теплопроводности гетерогенных анизотропных сред. – М.: Изд-во ВИНТИ. N897-B94. 1994. 44с.